Martedì 21 Novembre - STORIA DELLA MATEMATICA - Ghione - Lez. 1 | ASSENTE

La metodologia didattica universitaria non è proponibile nella scuola superiore. Nell'insegnamento della matematica riscontriamo delle carenze:

1) Storia della matematica e della fisica
2) Il metodo, visto come studio dei processi cognitivi.

Un processo cognitivo è una funzione che il cervello è in grado di esercitare, è un processo logico che il cervello è in grado di elaborare per fare delle deduzioni, delle astrazioni. Il pensiero logico formale è un pensiero che non si acquisisce naturalmente, lo si deve educare.

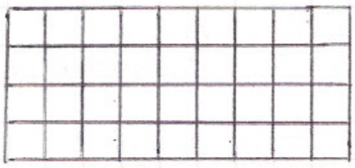
La logica può essere conversazionale (e se non la si educa rimane di questo tipo) oppure scientifico-formale (questo tipo di logica deve essere educata).

Quindi ci sono carenze sugli studi di come si forma il pensiero, la memoria, il rapporto tra intuizione e logica, tra intuizione e figura, tra linguaggio formale e linguaggio figurale. La SSIS è importante perché crea il ruolo e la professione dell'insegnante di matematica e fisica.

3) Uso del calcolatore. Questo oggetto ha una grande utilità nella didattica; ma si deve operare un bilancio tra libri e calcolatore, tra obiettivi formativi e su come il computer può aiutare a risolvere problemi importanti.

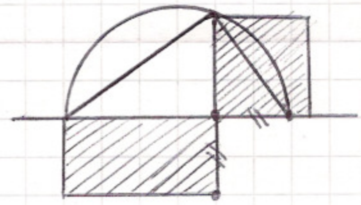
Alla luce di tutto questo, la storia della matematica può essere vista come uno strumento didattico. La matematica, infatti, soffre di un eccesso di formalismo; si escludono spesso le applicazioni ai vari campi come la medicina, l'informatica, le scienze umane, la biologia, la fisica, ecc.). Il collegamento ad altre materie e' molto importante. Generalmente la matematica si basa su un linguaggio astratto, raramente a scuola si vedono applicazioni moderne. Non viene, cioe', fuori l'aspetto creativo della matematica; sembra che questa materia sia imposta dalla scuola o dall'insegnante. Bisognerebbe, invece, creare una scuola di qualità, ma che sia una qualità di massa, cioe' compresa da tutta la classe. Oggi lo spettro di applicazione della matematica si e' esteso ovunque, per questo la scuola non deve essere isolata. Si osserva, infatti, che fuori la scuola la matematica e' onnipresente, mentre dentro la scuola la matematica risulta isolata. Uno strumento per combattere questo fenomeno e' legare il concetto matematico alla storia di come e' stato creato, di come e' nato; questo permette di capire che il concetto matematico interagisce con altre persone. Inoltre la storia crea un contesto più ampio che ci permette di collegarci ad altre discipline: come la filosofia, la storia dell'arte, l'economia. La matematica e' frutto di un pensiero dinamico legato alla storia e sviluppato in un contesto socio politico; capendo che si sta collaborando con altri, gli studenti risultano più invogliati. La matematica e' una ricerca di pura coerenza (e' questo che ha incoraggiato Sthendhal nello studio della matematica) e si può applicare in vari ambiti. La filosofia greca e' legata alla matematica, ad esempio nello studio dell'infinito; una serie infinita che, però, converge al finito (Zenone/Kant) e' una serie geometrica. La storia dell'arte e' legata alla geometria, ad esempio nelle proiezioni e nei disegni ricchi di proprietà geometriche. La scienza, intesa come descrizione del pianeta attraverso una sfera, ha, dunque, delle proprietà geometriche. L'economia si basa, invece, su principi di equivalenza della matematica: se io metto 10, guadagno tot, ma chi mette 100 prende 10 volte più di me. Nel 1200 nasce in Italia, la scuola d'abaco, grazie all'economia delle banche. L'insegnante deve avere un'azione non coercitiva sui ragazzi, ma stimolante, che desti interesse, attiri l'attenzione del ragazzo senza dover usare l'autorità. Nel tempo, si è riflettuto molto su quali forme autoritarie siano da utilizzare e quali no e si è giunti alla conclusione che nessuna forma autoritaria è lecita, ma che basta usare delle forme di motivazione che creino interesse nello studente. I concetti astratti non permettono di capire i significati, il senso di ciò che si sta facendo; ad esempio, che vuol dire "supponiamo per assurdo"? Il ragazzo si perde. La genesi dei concetti matematici nasce in modo grezzo e poi viene raffinata per arrivare, così, ad un prodotto pulito, che è ciò che noi andiamo ad insegnare. La genesi del concetto matematico equivale anche alla genesi del pensiero. C'è, infatti, un'analogia tra sviluppo del pensiero in un individuo e sviluppo del pensiero nella storia. Presentare in modo storico gli argomenti matematici contribuisce alla formazione dello sviluppo naturale del pensiero del ragazzo e ne viene, così, facilitato l'apprendimento perché egli può confrontare ciò che pensa lui con quello che ha pensato il matematico di un tempo. Ovviamente ci sono dei difetti a questo approccio. Ad esempio, i programmi sono troppo vasti, quindi ci vorrà più tempo per insegnare la matematica storicamente. E poi, c'è da dire che ogni matematico difende la sua materia: probabilità, statistica, geometria; ma non è possibile insegnare tutto a scuola. E' una tendenza negativa, occorre operare una scelta. Spesso la storia viene ridotta a degli aneddoti banali e inutili (molto puerili) detti, magari, quando si hanno le ultime ore, perché i ragazzi sono stanchi: in tal caso è meglio far fare esercizi. Un altro difetto sono i libri di testo, che sono molto astratti e hanno

in appendice, gli aneddoti che si raccontano durante la 6ª ora.
La cecità storica su certe questioni fondamentali è molto dannosa.
Domanda: che cos'è l'area? L'area è il numero di quadratini, che presuppone un rapporto tra grandezze omogenee:

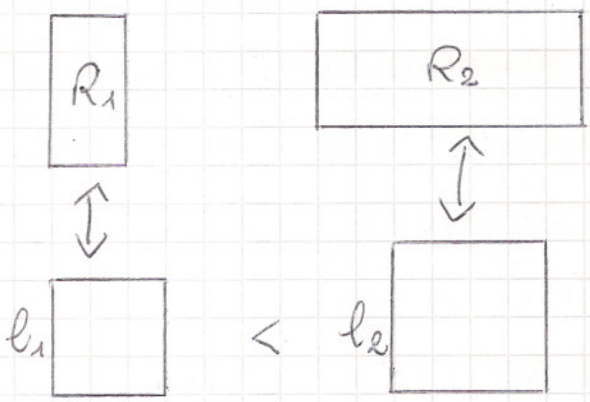

: □ = 100 : 1 = Area

"Analogia" vuol dire "stesso rapporto". Quindi ho un'analogia tra un'area che non ho definito e l'unità di misura; l'area è la proporzione che ho creato, quindi, per i pitagorici, tutto è numero. Allora non so definire direttamente l'area, perché è un concetto primitivo, ma so confrontare due aree, (una maggiore di un'altra, due aree uguali) e le so anche aumentare. Per questo motivo si è creata anche un'analogia tra mondo e matematica, tra area e numero, tra giustizia e numero. Il problema nasce, quando la base e l'altezza sono due grandezze incommensurabili. Come si fa a risolvere il problema di confrontare l'area e il numero se non si è fatta l'ipotesi che i due lati sono commensurabili? Secondo i pitagorici, se considero, come unità di misura, un lato molto piccolo posso scrivere tutto in termini di quest'unità. Questo problema si è sviluppato solo in Grecia dove si praticava la filosofia ed è stata una grande conquista per la matematica. La TEORIA GENERALE DELLE GRANDEZZE afferma che, date due qualunque grandezze A e B, devo essere in grado di confrontarle (cioè devono essere grandezze omogenee) dicendo se $A>B$, $A<B$ oppure $A=B$. Dato un rettangolo come trovo un quadrato che abbia la stessa area del rettangolo? Questo problema si risolve con la quadratura del rettangolo (in generale di un poligono).
2° TEOREMA DI EUCLIDE: dato un rettangolo, posso costruire una semicirconferenza di diametro pari alla somma delle due

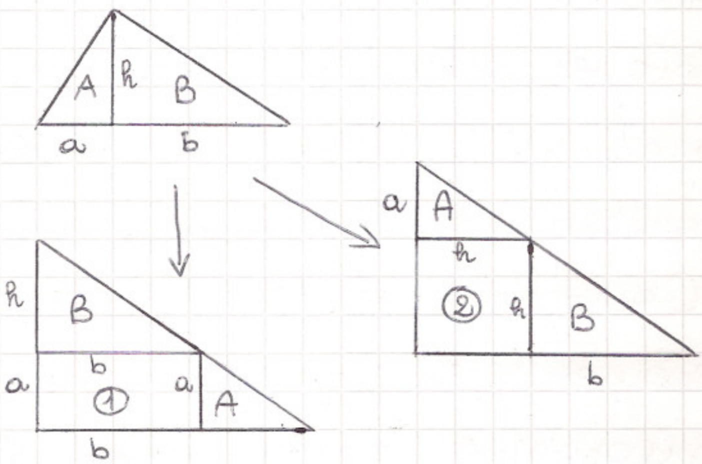
dimensioni e il rettangolo è equivalente al quadrato di lato l'altezza relativa all'ipotenusa del triangolo.



Quindi grazie al 2° teo. di Euclide, passo da un rettangolo ad un quadrato ad esso equivalente; cioè per confrontare due rettangoli, posso confrontare i quadrati a loro equivalenti confrontando le rispettive lunghezze dei lati. Cioè posso affermare che $R_1 < R_2$ perché $l_1 < l_2$. Con il teorema di Pitagora, poi, dalla



somma di due quadrati ne ottengo un altro equivalente. Quindi dalla quadratura dei rettangoli posso ottenere la quadratura dei triangoli e quindi la quadratura di un qualunque poligono. L'unica cosa che non si può quadrare è il cerchio. Se posso quadrare tutti i poligoni, allora posso confrontare le aree dei quadrati a loro equivalenti per sapere come differiscono le loro aree. Per dimostrare il 2° teorema di Euclide, useremo le similitudini o per via pitagorica. Da questo triangolo rettangolo (A+B), posso passare ad un altro più grande (A+B+①) oppure (A+B+②). Il triangolo grande è sempre lo stesso, quindi differenze di aree uguali mi danno aree



uguali. Se ai 2 triangoli grandi levo A e B mi rimane una volta il rettangolo ① e una volta il quadrato ② cioè ① = ② $\Rightarrow b \cdot a = h^2$.

Questi disegni il prof. li ha fatti con Cabri. GHIONE@MAT.UNIROMA2.IT